

АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ
ТВЕРДЫХ СРЕД, ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.222

КАСКАДНАЯ КРОСС-МОДУЛЯЦИЯ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УПРУГИХ ВОЛН В ОБРАЗЦАХ С ТРЕЩИНАМИ

© 2008 г. В. Ю. Зайцев, Л. А. Матвеев, А. Л. Матвеев, W. Arnold*

Институт прикладной физики РАН

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46

E-mail: vyuzai@hydro.appl.sci-nnov.ru

**Fraunhofer-Institute for Non-Destructive Testing, Bldg. E 3.1, University, D-66123 Saarbruecken, Germany*

Поступила в редакцию 7.03.07 г.

Обсуждаются причины, по которым в неоднородном материале с нелинейностью, обусловленной наличием мягких дефектов (называемой также “неклассической” нелинейностью), уровень каскадных нелинейных эффектов может сильно возрастать и даже стать сравнимым с эффектами первого порядка. Уровень подобных каскадных эффектов в средах с обычной нелинейностью кристаллической решетки существенно ниже. Это различие может служить важным диагностическим признаком в задачах неразрушающего контроля. Приводятся результаты экспериментов с содержащими трещины образцами, демонстрировавшими как обычные модуляционные и кросс-модуляционные эффекты, так и каскадную кросс-модуляцию. Причины повышенного уровня каскадных эффектов поясняются моделированием на простой модели нелинейности неоднородного материала, содержащего мягкие герцевские контакты.

PACS: 43.25.+y, 62.65.+k, 62.20.Mk

ВВЕДЕНИЕ

Микронеоднородные среды, содержащие дефекты, “мягкость” которых существенно выше, чем у окружающего материала, составляют обширный класс сред (практически все горные породы, многие конструкционные материалы, прежде всего, с повреждениями и т.д.). Благодаря локальной концентрации деформаций и напряжений на мягких дефектах и, соответственно, локально повышенной нелинейности, макроскопическая акустическая нелинейность таких сред также часто оказываются многократно повышенной уже при очень малой концентрации дефектов [1]. В связи с этим в последние годы большое внимание привлекают возможности использования нелинейных акустических эффектов для раннего обнаружения трещин и других диагностических применений [2, 3].

В ходе этих исследований наряду с простейшими эффектами типа генерации высших гармоник [4, 5] апробировались варианты модуляционных методов [6–10]. При этом более высокочастотная из возбуждаемых волн обычно значительно слабее другой и называется пробной. Другая (модулирующая) волна “накачки” является достаточно сильной, чтобы повлиять на состояние дефектов в образце и вызвать тем самым модуляцию пробной волны.

В простейшем случае взаимодействия гармонической накачки, имеющей частоту Ω , с пробной

волной частоты $\omega \geq \Omega$ возникают их комбинационные гармоники (модуляционные лепестки). В качестве накачки может быть использовано и импульсное воздействие (не только механическое [7, 10], но, например, термоупругое возбуждение лазерными импульсами [9]). Для достаточно добротных образцов импульсное воздействие возбуждает целый ряд квазимонохроматических колебаний на собственных модах, каждая из которых модулирует пробную волну на своей частоте. Такой способ был реализован, например, в работе [10], направленной на обнаружение трещин в осях и дисках железнодорожных колесных пар.

Кроме отмеченных вариантов [6–10], для которых причины появления соответствующих модуляционных компонент достаточно понятны, несколько необычный модуляционный эффект был отмечен в работе [9]. В [9] для возбуждения пробной волны (на частоте около 1.4 МГц) цилиндрические образцы (диаметром порядка 1 см и толщиной порядка 1 мм, вырезанные из поврежденного предварительно нагруженным металлом), приклеивались образующей стороной к пьезопластине. Накачка обеспечивалась поглощаемыми в объеме образца лазерными импульсами, которые возбуждали широкий спектр собственных мод с характерными частотами порядка сотен кГц. Однако в спектре акустического сигнала вокруг центральной частоты пробной волны ~1.4 МГц были обнаружены квазимонохроматические модуляционные компоненты на частотах примерно

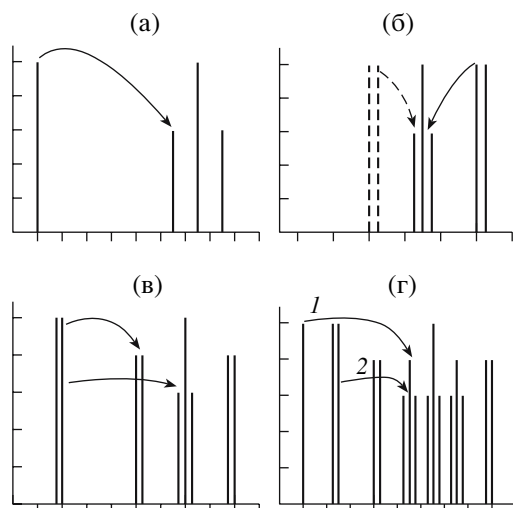


Рис. 1. Схематическое пояснение различий характера модуляционных эффектов на спектральных диаграммах (горизонтальная ось – частота, вертикальная – уровень соответствующих спектральных компонент сигнала). (а) обычная модуляция высокочастотной (пробной) волны низкочастотной “накачкой”; (б) кросс-модуляция, т.е. перенос модуляции с изначально модулированной “накачки” на другую немодулированную волну; (в) смешанное модуляционное взаимодействие (сочетающее варианты (а) и (б)), когда с пробной волной взаимодействует относительно низкочастотная и при этом медленно-модулированная волна накачки; (г) каскадная модуляция, при которой медленно модулированная накачка (2) модулирует модуляционный лепесток пробной волны, возникший независимо за счет ее взаимодействия с другой волной накачки (1). Несущественные для обсуждаемых эффектов комбинационные гармоники опущены.

$\pm 9 \dots 10$ кГц и $\pm 18 \dots 20$ кГц, происхождение которых оставалось неясным, так как эти частоты лежат существенно ниже собственных частот образца и, следовательно, не должны эффективно возбуждаться [9].

В данной работе обсуждается, во-первых, возможный механизм такой модуляции. В связи с трудностью воспроизведения экспериментов [9] с целью проверки объяснения на независимых результатах ниже использованы дополнительные данные, полученные в условиях экспериментов [10] по нелинейно-модуляционным эффектам в железнодорожных осях и дисках колес. Условия [10] (с точностью до размеров образцов и масштабирования используемых частот) воспроизводят существенные для предлагаемого объяснения условия эксперимента [9]. Кроме того, дополнительный анализ данных, не использованных в [10], позволил выявить новые, отличающиеся от всех отмеченных выше, хорошо выраженные модуляционные эффекты, которые имеет смысл называть каскадными. Помимо обоснования гипотезы, предложенной для объяснения наблюдений [9], на основе дополнительной обработки данных

экспериментов [10] обсуждаются диагностические перспективы использования обнаруженных каскадных модуляционных эффектов.

МОДУЛЯЦИЯ ОБЫЧНОГО ТИПА И КАСКАДНЫЕ МОДУЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ

Ввиду недостаточно устоявшейся терминологии, прежде чем переходить к анализу данных экспериментов, кратко обсудим сходство и различие используемых в нелинейно-акустической диагностике модуляционных эффектов.

Схематический рис. 1(а) соответствует обычной модуляции пробной волны с частотой ω_2 относительно низкочастотной (с частотой ω_1) волной накачки, приводящей к появлению комбинационных составляющих $\omega_2 \pm \omega_1$ (или, в более общем случае, $\omega_2 \pm n\omega_1$, $n = 1, 2, \dots$). Рисунок 1(б) соответствует так называемой кросс-модуляции. При этом волна накачки (с несущей частотой ω_1) изначально имеет медленную амплитудную модуляцию на частоте Ω (например, является бигармонической, как на рисунке), так что при нелинейном взаимодействии происходит перенос медленной модуляции на несущую ω_2 пробной волны, т.е. возникают компоненты $\omega_2 \pm n\Omega$ (на рисунке показаны только компоненты с $n = 1$). Несущая частота накачки ω_1 может быть как выше частоты ω_2 пробной волны, так и ниже ее (рис. 1(б)). В последнем случае одновременно с кросс-модуляцией может иметь место и обычная модуляция (типа показанной на рис. 1(а)). При этом из-за расщепления спектра накачки обычные модуляционные составляющие также оказываются расщепленными (см. рис. 1(в)). Необходимо подчеркнуть, что появление кросс-модуляционных компонент (показанных на рис. 1(б) и (в)) происходит непосредственно в результате взаимодействия модулированной накачки и пробной волны на нечетной составляющей нелинейности. Этот процесс отличается от возможного похожего по результату взаимодействия на классической квадратичной нелинейности, когда происходит сначала демодуляция накачки с возникновением низкочастотной компоненты на частоте Ω , которая затем взаимодействует с пробной волной на той же квадратичной нелинейности, образуя $\omega_2 \pm \Omega$. В силу обычно очень низкой эффективности первоначальной генерации низкочастотной Ω -компоненты такой каскадный процесс практического интереса не представляет и далее не обсуждается.

Существуют, однако, другие каскадные процессы, эффективность которых в средах с микроструктурной нелинейностью может быть сравнима с модуляционными эффектами низшего порядка. Рассмотрим случай, когда в спектре волны накачки имеется нескольких значительно различающихся по частоте компонент, одна из кото-

рых медленно модулирована (например, расщеплена на близкие компоненты). При этом расщепленная компонента волны накачки может вызывать кросс-модуляцию не только изначально возбуждаемый в образце пробной волны (как на рис. 1(б),(в)), но может также приводить к появлению кросс-модуляции модуляционных лепестков пробной волны, создаваемых другими спектральными компонентами накачки, как это схематически показано на рис. 1(г).

На основе интуиции, выработанной при анализе нелинейных взаимодействий в средах со слабой атомарной нелинейностью, создается впечатление, что такой каскадный процесс будет практически ненаблюдаемым в силу его низкой эффективности. При этом подразумевается, что эффективность модуляции должна быть примерно одинакова как для самой пробной волны, так и для ее модуляционного лепестка, ранее индуцированного другой компонентой воздействия накачки. Действительно, как для обычной, так и для кросс-модуляции типичный относительный уровень модуляционных лепестков составляет $-30 \dots -40$ дБ [10–13] (даже для образцов, нелинейность которых значительно повышена за счет наличия дефектов). Поэтому обсуждаемый каскадный эффект, казалось бы, должен приводить к появлению вторичных модуляционных компонент (отмеченных указателем 2 на рис. 1г), уровень которых не должен превышать $(-30 \dots -40) \times 2 = -60 \dots -80$ дБ от уровня пробной волны. Столь низкий уровень каскадно возникших лепестков для типичных условий акустических экспериментов должен лежать на уровне шумов и ниже. Эти аргументы, однако, справедливы именно для слабой атомарной нелинейности.

В обсуждаемом случае микроструктурно-обусловленной нелинейности, связанной с наличием в материале мягких дефектов типа микроконтактов и трещин, состояние таких дефектов может быть существенно возмущено акустической накачкой (например, трещина может значительно изменить свое раскрытие, контакты могут перейти в хлопающий режим). Такое возмущение состояния дефекта может привести к изменению нелинейности среды на величину порядка 100%. Далее следует принять во внимание, что уровень наблюдаемых модуляционных составляющих низшего порядка в образце с дефектами обусловлен, в основном, именно этой микроструктурной нелинейностью. Следовательно, дополнительное возмущение состояния дефекта еще одним воздействием (в данном случае – второй волной накачки) может очень значительно повлиять на уровень обычных модуляционных составляющих низшего порядка (т.е. вызвать их модуляцию). Таким образом, в среде с микроструктурной нелинейностью эффективность такого каскадного процесса (см. рис. 1(г)), может оказаться сравни-

Спектральная амплитуда мод накачки, дБ

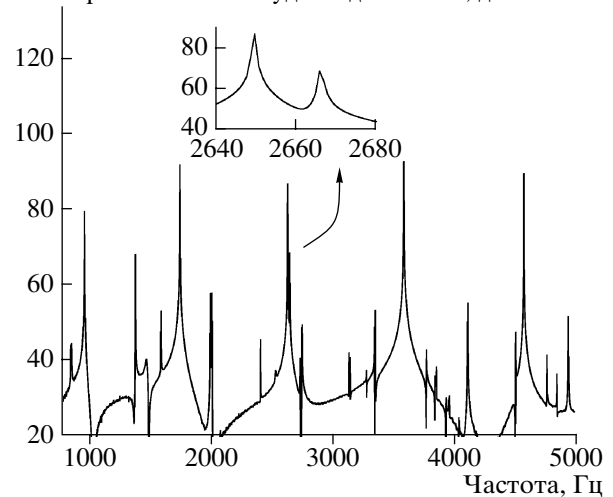


Рис. 2. Пример спектра импульсно-возбужденных низкочастотных мод накачки. На вставке с увеличенным разрешением показана спектральная структура одной из расщепленных мод на частоте около 2650 Гц.

мой с эффективностью обычного нелинейного модуляционного взаимодействия первого порядка.

Ситуация, когда наряду с пробной волной в образце существует несколько разнесенных по частоте интенсивных волн накачки, является обычной для экспериментов типа [7–10] с импульсным возбуждением накачки. Кроме того, для образцов с выраженной симметрией (например, почти цилиндрической формы) естественным образом возникают почти вырожденные, с близкими частотами, моды, которые при импульсном возбуждении могут приводить к появлению низкочастотных межмодовых биений. Эти естественно возникающие биения мод накачки могут непосредственно привести к появлению низкочастотной модуляции пробной волны за счет их кросс-модуляционного взаимодействия на нечетной компоненте микроструктурной нелинейности (как пояснено выше). Такой эффект может объяснять появление в экспериментах [9] вокруг пробной ультразвуковой волны (~ 1.4 МГц) сравнительно медленных модуляционных компонент в кГц-диапазоне, лежащих значительно ниже характерных собственных частот (300–400 кГц) образцов.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В экспериментах, результаты которых частично представлены в [10], в качестве пробной волны использовалась пошагово-перестраиваемая по частоте в диапазоне 45–70 кГц ультразвуковая волна, возбуждаемая пьезо-преобразователем. Специальное ударное устройство обеспечивало импульсное возбуждение колебаний накачки на

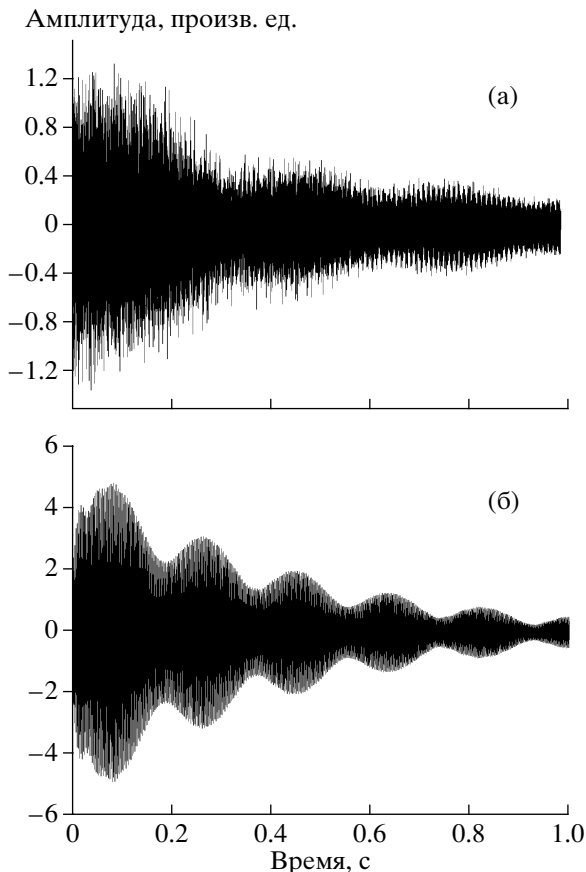


Рис. 3. Примеры медленной модуляции накачки, естественно возникающей за счет низкочастотных биений расщепленных мод при импульсном возбуждении почти цилиндрических образцов. (а) Модуляция с характерной частотой около 3 Гц, наблюдавшаяся для оси ж/д колесной пары. Сигнал формируется всеми возбуждавшимися модами в полосе 800 Гц – 5 кГц. (б) Аналогичная модуляция с частотой около 6 Гц, наблюдавшаяся для другой оси. Модуляция выглядит более чисто, так как на рисунке сигнал формируется только расщепленной модой с частотой около 1800 Гц в выбранной полосе ± 100 Гц. Характерные значения добротностей мод составляли 3000–6000.

низших собственных модах (обычно в диапазоне 1–4 кГц) исследуемых образцов. Значения добротности собственных мод были порядка нескольких тысяч, так что характерное время затухания низкочастотных колебаний было порядка секунды. Такой же была типичная длина записи сигнала при частоте дискретизации 200 кГц.

На рис. 2 показан пример наблюдавшегося спектра низкочастотных колебаний, в котором видны хорошо выраженные дискретные составляющие, соответствующие низкочастотным собственным модам высокодобротного образца. Они приводили к появлению дискретных модуляционных компонент на суммарных и разностных частотах вокруг несущей частоты пробной волны, которые и исследовались в работе [10]. В среднем

относительный уровень модуляционных составляющих был на 20–30 дБ выше для образцов с дефектами, чем для контрольных образцов без дефектов. Это различие свидетельствовало о том, что даже для одиночных трещин их вклад в нелинейность образца доминирует над вкладом объемной нелинейности в материале без дефектов.

Отметим далее, что нарушения цилиндричности образцов либо наличие точек опоры или подвеса естественным образом снимало вырождение некоторых мод и приводило к расщеплению их частот, как это показано на вставке на рис. 2. Такое расщепление мод во многих случаях приводило к появлению хорошо слышимых медленных биений (с частотами от единиц до десятков Гц) при импульсном возбуждении образца. На рис. 3(а,б) приведены примеры записей таких собственных колебаний с биениями, полученные для различных образцов. При этом на рис. 3(а) биения хорошо просматриваются, хотя на графике показан вклад всей совокупности низкочастотных мод в диапазоне 0.8–5 кГц, а на рис. 3(б) для большей наглядности в полосе ± 100 Гц из полного сигнала отфильтрован вклад только той моды (с частотой около 1.8 кГц), которая демонстрировала особенно выраженное расщепление и почти 50-процентную глубину биений. Такие биения мод noticeably наблюдались с той или иной степенью выраженности практически для всех образцов. Распространенность и устойчивость такого эффекта подтверждает, что подобные (но, соответственно, масштабированные по частоте) биения должны были иметь место и для геометрически подобных образцов в экспериментах [9], а потому могли приводить к появлению наблюдавшихся в них низкочастотных кросс-модуляционных лепестков.

При сопоставлении с данными [9] следует иметь в виду, что в [9] отношение частоты пробной волны и возникшей низкочастотной модуляции было порядка 150, в то время как в условиях экспериментов [10] при частоте пробной волны 45–70 кГц и частоте биений порядка единиц Гц это отношение было порядка 10^4 . При таком высоком отношении частот наблюдение кросс-модуляционных лепестков в спектре пробного сигнала происходит на пределе спектрального разрешения (ограниченного временем регистрации ~ 1 с). Поэтому для обнаружения возможной модуляции было удобнее сначала выделять временные вариации (биения) огибающей накачки и огибающей анализируемой компоненты пробной высокочастотной волны. Далее можно было сравнивать либо формы этих огибающих, либо их спектры. Кроме того, для удобства сопоставления затухающих во времени квазигармонических колебаний накачки (см. рис. 3) и соответствующего модуляционного лепестка производилась компенсация спада их амплитуд введением корректирующего временного множителя. Результаты выде-

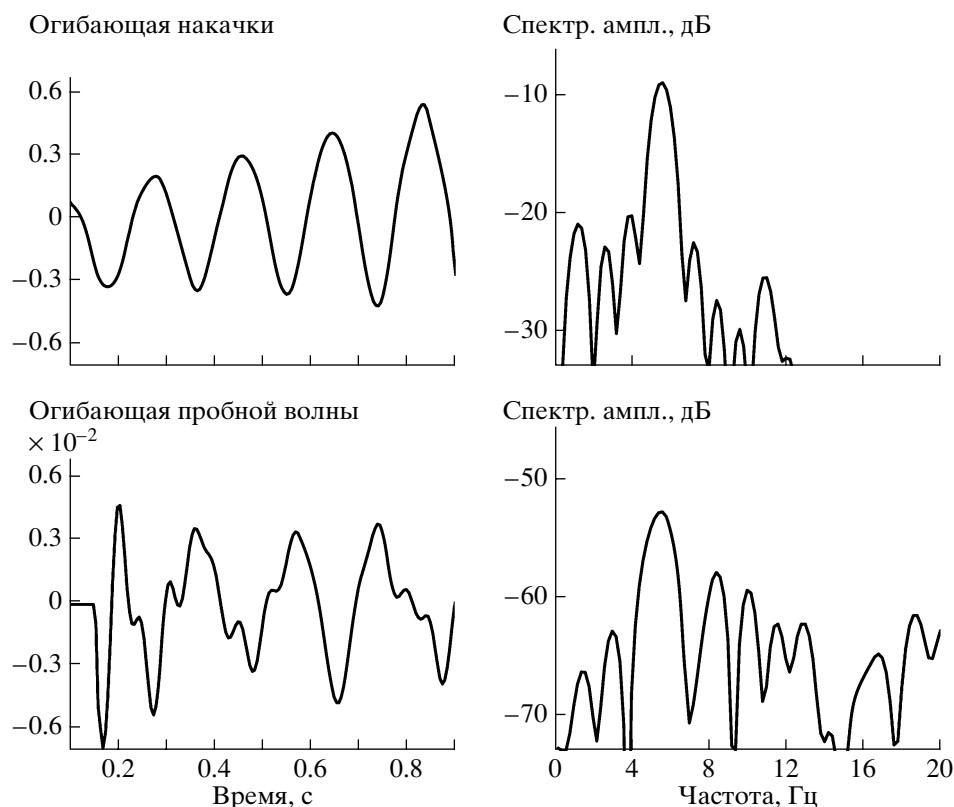


Рис. 4. Пример медленных биений низкочастотной накачки за счет естественного расщепления интенсивной моды на частоте около 1800 Гц и порожденные кросс-модуляционным взаимодействием вариации амплитуды ультразвуковой пробной волны (с несущей частотой 51 кГц). Верхний ряд – нормированная огибающая накачки (с коррекцией спада-ния во времени), приведенная к нулевому среднему значению (левый график) и спектр ее вариаций, демонстрирующий основной пик на частоте около 6 Гц (правый график). Нижний ряд – индуцированная биениями накачки медленная модуляция огибающей пробной ультразвуковой волны и соответствующий ей спектр вариаций. Образец – ось с одиночной трещиной.

ления таких огибающих (полученных с использованием преобразования Гильберта и затем нормированных на их средний уровень) для того же образца, к которому относится и запись на рис. 3(б), после устранения постоянной составляющей показаны на рис. 4 слева. На рис. 4 справа приведены спектры вариаций полученных огибающих. Как во временном, так и в спектральном представлениях хорошо видны модуляционные составляющие на частоте около 6 Гц. При этом разрешение не превышало 1 Гц, поскольку ограничивалось не столько длительностью окна наблюдения около 1 с, сколько заметным затуханием самих модулирующих колебаний и создаваемых или модуляционных лепестков. Показанный на рис. 4 кросс-модуляционный эффект, таким образом, аналогичен обнаруженной в [9] модуляции пробной волны на частотах много ниже частот собственных мод образца.

Далее, кроме анализа обычных модуляционных и кросс-модуляционных (возникших за счет биений накачки) компонент пробной волны, данные, полученные в ходе экспериментов [10], бы-

ли проанализированы для выявления каскадной модуляции обычных модуляционных лепестков первого порядка. Подчеркнем еще раз, что такой эффект не является экзотическим примером модуляционного взаимодействия, а представляет особый интерес с точки зрения диагностических применений, поскольку каскадная модуляция должна заметно проявляться именно для “неклассической” нелинейности, обусловленной “мягкими” дефектами (трещинами). Особый интерес представляет ситуация, когда присутствие небольшого числа дефектов может увеличить нелинейность образца еще не настолько сильно, чтобы некоторое возрастание нелинейных эффектов первого порядка можно было однозначно связать с наличием дефектов. В условиях такого недостаточно высокого контраста по уровню обычной модуляции в качестве нового признака, позволяющего определить присутствие дефекта, можно использовать наблюдение таких нелинейных эффектов, которые не должны проявляться за счет объемной атомарной (решеточной) нелинейности материала. Именно таким “неклассиче-

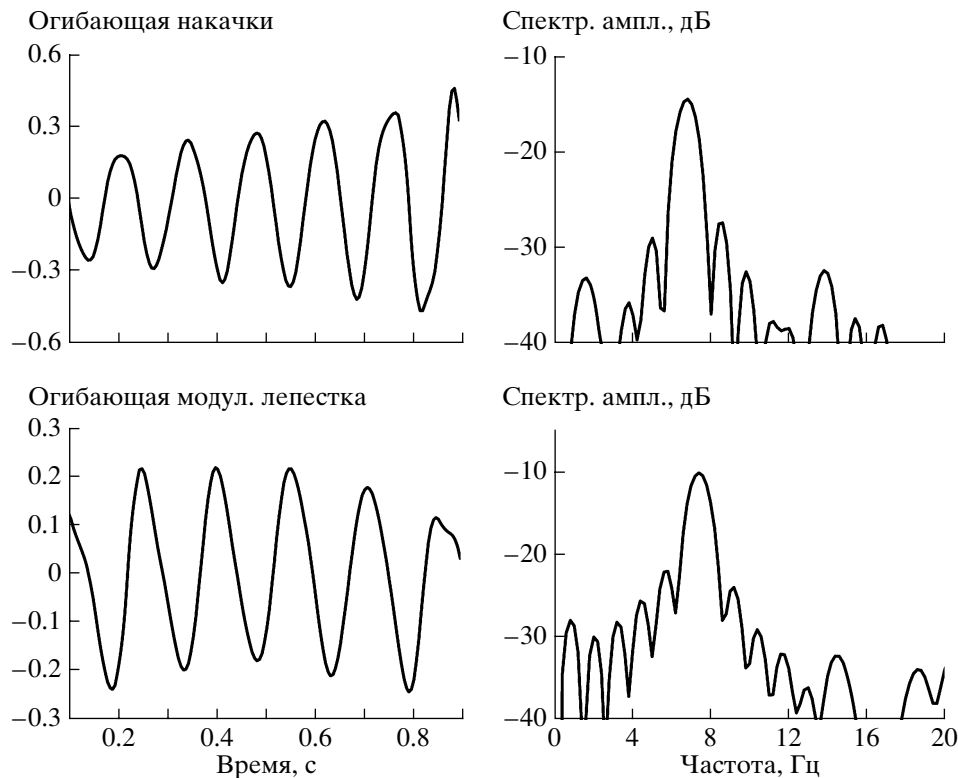


Рис. 5. Пример каскадной модуляции модуляционного лепестка пробной волны при частоте возбуждения 49 кГц. Верхний ряд – вариации огибающей расщепленной моды накачки и соответствующий ей спектр. Нижний ряд – вариации и соответствующий спектр для одной из модуляционных составляющих первого порядка. Выбранная составляющая возникает за счет взаимодействия пробной волны с нерасщепленной модой накачки 0.9 кГц и соответствует разностной комбинационной частоте (49–0.9) кГц. Частота модулирующей расщепленной моды накачки 2325 Гц, частота медленных биений около 6.5 Гц. Образец – ось с одиночной трещиной.

ским” эффектом может служить обсуждаемая каскадная модуляция.

Для ее обнаружения на записях сигналов были отобраны примеры, для которых импульсно-возбуждаемые колебания накачки демонстрировали биения за счет расщепления частот некоторых низкочастотных мод. При этом производилась, как описано выше, коррекция спадающих во времени сигналов накачки и модуляционных компонент. Анализируемые спектральные составляющие соответствовали частотам мод, у которых не было собственного расщепления. На рис. 5 показаны полученные таким методом огибающая расщепленной моды (центральная частота около 2325 Гц) накачки и спектр вариаций этой огибающей, а также аналогичные огибающая и спектр ее вариаций, полученные для модуляционной составляющей, вызванной нерасщепленной модой (900 Гц). В спектрах хорошо видны компоненты на частоте расщепления около 6.5 Гц. Масштаб вертикальной оси нормирован так, что цифры (в децибелах) соответствуют величине вариаций огибающих относительно их среднего уровня. Как видно, несмотря на то, что сами модуляционные составляющие первого порядка имеют уро-

вень –30...–40 дБ относительно несущей компоненты накачки [10], уровень каскадных вариаций амплитуды модуляционной составляющей оказывается, на первый взгляд, неожиданно высоким (–10 дБ и выше). Такой высокий уровень каскадного эффекта характерен именно для образцов с дефектами, в то же время для контрольных образцов без дефектов, даже демонстрирующих хорошо выраженные биения накачки, каскадный эффект был практически не виден на фоне шумов.

МОДЕЛЬНАЯ АРГУМЕНТАЦИЯ

Поясним причины высокого уровня каскадного эффекта на простом модельном примере упругой нелинейности герцевских контактов. Как известно, влияние трещин и наличие в них контактов может проявляться не только в изменении упругих свойств среды, но и значительно менять поглощение [11, 12, 15]. Однако в данном случае для нас существенны не эти более тонкие различия проявления свойств дефектов, а интересует разница в уровне каскадных эффектов для случаев обычной нелинейности и “неклассической”

нелинейности, связанной с влиянием слабых контактов. Важно продемонстрировать, что их состояние может быть сильно возмущено дополнительным акустическим воздействием, что, соответственно, приводит к существенному изменению эффективных параметров нелинейности, ответственных за изменение либо реактивных, либо диссипативных свойств.

Воспользуемся, аналогично работе [13], следующей простой моделью, учитывающей, что в упругом образце содержится дефект – слабый герцевский контакт. Для связи напряжения и деформации в этом случае можно записать:

$$\sigma_0 + \tilde{\sigma} = A(\epsilon_0 + \tilde{\epsilon})^{3/2} H(\epsilon_0 + \tilde{\epsilon}) + B(\mu\epsilon_0 + \tilde{\epsilon})^{3/2} H(\mu\epsilon_0 + \tilde{\epsilon}), \quad (1)$$

Здесь σ_0 некоторое статическое (несущественное для нашего рассмотрения) значение упругого напряжения в образце; $\tilde{\sigma}$ – осциллирующая (акустическая) компонента упругого напряжения; ϵ_0 – статическая деформация материала, отвечающая напряжению σ_0 ; $\mu\epsilon_0$ – начальная деформация слабоподжатого контакта, для которого малый параметр $\mu \ll 1$ характеризует малость его начального поджатия; H – функция Хевисайда, показывающая, что контакт “не держит” растягивающего напряжения; $\tilde{\epsilon}$ – осциллирующая (акустическая) компонента деформации. Параметры A и B в (1), имеющие размерность напряжения (упругого модуля), определяются упругими свойствами материала и зависят также от геометрических размеров контактов и их количества. Предполагая достаточную малость амплитуды акустического возмущения $\tilde{\epsilon} \ll \mu\epsilon_0$, из выражения (1) для связи акустических напряжений и деформаций приближенно получаем:

$$\tilde{\sigma} \approx \left. \frac{d\tilde{\sigma}}{d\tilde{\epsilon}} \right|_{\epsilon_0} \tilde{\epsilon} + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\tilde{\sigma}}{d\tilde{\epsilon}^2} \right|_{\epsilon_0} \tilde{\epsilon}^2 = \left(\frac{3}{2} A \epsilon_0^{1/2} + \frac{3}{2} B (\mu\epsilon_0)^{1/2} \right) \tilde{\epsilon} + \left(\frac{3}{4} A \epsilon_0^{-1/2} + \frac{3}{4} B (\mu\epsilon_0)^{-1/2} \right) \tilde{\epsilon}^2, \quad (2)$$

Отсюда видно, что при сравнимых A и B вклад слабых контактов в величину упругого модуля мал (что определяется малостью параметра $\mu^{1/2} \ll 1$ при $\mu \ll 1$). Напротив, в нелинейные (квадратичные в рассматриваемом приближении) слагаемые вклад слабых контактов существенно больше, так как $\mu^{-1/2} \gg 1$ при $\mu \ll 1$. С учетом этого замечания выражение (2) можно записать в виде $\tilde{\sigma} \approx E\tilde{\epsilon}(1 + \gamma\tilde{\epsilon} + \dots)$, где упругий модуль

$$E \approx \frac{3}{2} A \epsilon_0^{1/2}, \quad (3)$$

а безразмерный нелинейный параметр

$$\gamma \approx \frac{1}{2} \epsilon_0^{-1} + \frac{1}{2} (B/A) \epsilon_0^{-1} \mu^{-1/2}. \quad (4)$$

Фактически в уравнениях (1)–(4) можно было просто ввести некоторые невозмущенные (определяемые однородной средой–матрицей) значения упругого модуля и коэффициента нелинейности, к которым “дефект”-контакт давал бы дополнительный вклад. Однако выражения в форме (1)–(4) показывают особенно наглядно существенно различный характер вкладов слабых и сильно поджатых контактов в линейные и нелинейные характеристики.

Амплитуды комбинационных (модуляционных) компонент на частотах $\omega \pm \Omega$, возникающих при взаимодействии исходных компонент с частотами ω и Ω пропорциональны величине нелинейного параметра γ . Если наложить на среду дополнительное возмущение $\tilde{\epsilon}_p$, которое по амплитуде значительно меньше ϵ_0 , но может быть сравнимо с $\mu\epsilon_0$, то в отсутствие слабых контактов нелинейный параметр (4) практически не изменяется. Соответственно, уровень комбинационных компонент $\omega \pm \Omega$ также практически не изменится, и лишь в следующем порядке взаимодействия ($\sim \gamma^2 \epsilon_p \epsilon_\omega \epsilon_\Omega \ll \gamma \epsilon_\omega \epsilon_\Omega$) можно будет наблюдать слабое модулирующее влияние дополнительного возмущения $\tilde{\epsilon}_p$. Если же в материале образца имеются слабые контакты, так что $\tilde{\epsilon}_p \sim \mu\epsilon_0$, то воздействие $\tilde{\epsilon}_p$ может, согласно (4), изменить значение нелинейного параметра γ на величину порядка 100%. Соответственно, столь же значительное (а не в следующем порядке малости!) изменение испытает и уровень комбинационных компонент $\omega \pm \Omega$. Иными словами, результат каскадного эффекта может оказаться сравнимым с результатом модуляционного взаимодействия первого порядка. Строго говоря, при сравнимых значениях $\tilde{\epsilon}_p \sim \mu\epsilon_0$ (и тем более при $\tilde{\epsilon}_p > \mu\epsilon_0$) степенные разложения (2) и (4) становятся неприменимыми, так что требуется использование полного выражения (1), допускающего “хлопающий” нелинейный режим колебаний контакта.

Рассмотрим теперь характерные численные примеры. Допустим, что в образце с дефектом, нелинейность которого моделируется выражением (1), созданы пробное высокочастотное колебание ϵ_ω с частотой ω , низкочастотное колебание накачки ϵ_Ω на частоте Ω и дополнительное воздействие ϵ_p , то есть $\tilde{\epsilon} = \epsilon_\omega + \epsilon_\Omega + \epsilon_p$. В результате нелинейного взаимодействия ϵ_ω и ϵ_Ω вокруг несущей компоненты высокочастотного пробного колебания в спектре появятся модуляционные составляющие $\omega \pm \Omega$.

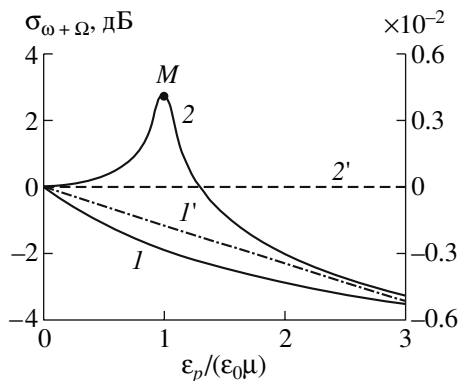


Рис. 6. Численно рассчитанное изменение амплитуды модуляционной компоненты $\sigma_{\omega+\Omega}$ как функция нормированной амплитуды возмущающего воздействия ϵ_p . Левая ось ординат соответствует расчету при наличии мягкого дефекта, правая ось — расчет в отсутствие дефекта. Кривые 1 (статическое сжимающее воздействие) и 2 (динамическое воздействие ϵ_p) получены при наличии дефекта, кривые 1' и 2' соответствуют отсутствию дефекта (когда в выражении (2) параметр $B = 0$).

Проследим зависимость величины этих составляющих от амплитуды дополнительного воздействия ϵ_p как квазистатического типа, так и динамического (колебательного) типа с отличной от Ω частотой. В качестве примера при расчете положим $\epsilon_0 = 10^{-1}$, чтобы в отсутствие мягкого дефекта параметр квадратичной нелинейности принял типичное для однородных твердых тел значение $\gamma = 5$ [16]. Далее выберем значение параметра мягкости в (1) $\mu = 4 \times 10^{-4}$ и примем $B = 0.04A$. Согласно (4), это означает, что присутствие дефектов вызывает рост коэффициента нелинейности γ в 3 раза (и, соответственно, приводит к росту уровня модуляционных лепестков 1-го порядка примерно на 10 дБ). Такое различие среднего уровня модуляционных составляющих между образцами обычно еще недостаточно для уверенного заключения о наличии или отсутствии дефектов. С другой стороны, в соответствии с приведенными выше аргументами, можно ожидать гораздо более значительного каскадного эффекта, т.е. многократного увеличения влияния дополнительного воздействия ϵ_p на уровень модуляционного лепестка с частотой $\omega \pm \Omega$, возникающего за счет взаимодействия ϵ_ω и ϵ_Ω компонент. Действительно, при выбранных параметрах мягкий контакт может быть приведен в “хлопающий” режим при достижении амплитуды деформации акустического воздействия $\epsilon_p = \mu\epsilon_0 = 4 \times 10^{-5}$, что представляется вполне типичным значением для внутренних контактов в трещинах [11, 12]. На рис. 6 представлены численно рассчитанные относительные изменения величины модуляционного лепестка на частоте $\omega + \Omega$ в зависимости от нормированной амплитуды $\epsilon_p/(\mu\epsilon_0)$ дополнитель-

ного воздействия для случаев, когда мягкий дефект присутствует и отсутствует (т.е. в уравнениях (1)–(4) параметр $B = 0$). Начальному уровню модуляционной составляющей $\sigma_{\omega+\Omega}$ соответствует ноль децибел на графике. В отсутствие дефекта дополнительное динамическое воздействие приводит к практически недоступным экспериментальному наблюдению вариациям $\sigma_{\omega+\Omega}$ порядка 10^{-5} и порядка 10^{-3} для квазистатического случая (см. правую ось ординат на рис. 6). Появление мягкого дефекта приводит к увеличению каскадного эффекта изменчивости модуляционной составляющей на 2–3 порядка. Например, при $\epsilon_p \approx \mu\epsilon_0$ как для квазистатического, так и для динамического воздействия уровень модуляционной составляющей меняется приблизительно в 1.5 раза по сравнению с ее уровнем в отсутствие воздействия ϵ_p . Напомним для сравнения, что экспериментально наблюдаемые вариации лепестка составляли порядка 20% при 20–30%-ной глубине естественно возникших биений расщепленных мод.

Здесь следует особо подчеркнуть, что отмеченное различие в уровне составляющей $\sigma_{\omega+\Omega}$ примерно в 1.5 раза относится к одному и тому же образцу и потому может надежно обнаруживаться путем изменения уровня дополнительного воздействия ϵ_p , возмущающего состояния дефекта. Для этой цели может использоваться либо одна из низкочастотных мод накачки с отличной от Ω частотой (воздействие квазистатического типа), либо осциллирующее, но медленно модулированное по амплитуде колебание (воздействие динамического типа). Если же материал образца не содержит мягких дефектов, т.е. его нелинейность носит “классический” характер типичный для кристаллической решетки, то каскадные нелинейные эффекты будут практически ненаблюдаемыми (см. правую ось ординат на рис. 6). Таким образом, наблюдение каскадного эффекта описанного типа может быть эффективно использовано для получения новой диагностической информации в тех случаях, когда непосредственное сравнение уровней модуляционных лепестков 1-го порядка для различных образцов еще не позволяет сделать однозначное заключение о наличии дефекта.

Возвращаясь к рис. 6, интересно отметить также, что характер и даже знаки вариаций уровня модуляционного лепестка для динамического и сжимающего статического воздействия ϵ_p различны. Это различие связано с тем фактом, что (в отличие от монотонного влияния статической нагрузки) при не слишком больших колебательных амплитудах средняя жесткость герцевских контактов сначала уменьшается и лишь затем в существенно “хлопающем” режиме начинает увеличиваться. При умеренной вариации амплитуды динамической накачки ϵ_p по разные стороны от максимума, отмеченного точкой M (где $\epsilon_p \sim \mu\epsilon_0$)

на рис. 6, результирующие вариации лепестка $\epsilon_{\omega+\Omega}$ должны иметь противоположную фазу, а непосредственно в окрестности максимума M при гармонической вариации амплитуды ϵ_p должен доминировать вклад второй гармоники модуляции. Все это может привести к существенным различиям формы огибающей модулирующего воздействия ϵ_p и результата модуляции лепестка $\epsilon_{\omega+\Omega}$. С точки зрения сравнения с экспериментом важно также подчеркнуть, что реально уровень (и фазы) нелинейно-возбуждаемых гармоник (как, впрочем, и первичных линейно-возбуждаемых) будет существенно определяться резонансными свойствами образцов, а не только уровнем и фазой источников. При изменении уровня накачки за время ~ 1 с (как в анализируемых экспериментах) сдвиги фазы на величину $\sim \pi$ рад. за счет отмеченных эффектов могут дополнительно привести к размытию и сдвигам наблюдаемой характерной частоты модуляции на величину порядка 1 Гц (см., примеры огибающих модуляции и модулирующего сигналов на рис. 4).

Влияние отмеченных амплитудно- и частотно-зависимых факторов, однако, не отменяет основных выводов о сравнительной изменчивости каскадных модуляционных компонент в присутствии и в отсутствие дефектов. Именно для исключения влияния во многом случайного положения резонансных пиков в реальных экспериментах производилось усреднение уровней модуляции по перестраиваемой в широких пределах частоте пробной волны [10]. Таким образом, простые оценки, полученные выше, дают правильное представление об ожидаемом уровне каскадной модуляции. Наконец, отметим, что в обсуждаемых экспериментах в качестве дополнительного воздействия использовались естественно возникающие биения расщепленных мод, хотя, конечно, можно создавать более эффективное (более глубоко модулированное) воздействие в измерениях по целенаправленному использованию каскадных эффектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ данных об акустических модуляционных взаимодействиях, полученных в экспериментальных условиях [10], подтвердил, что для высокочастотных образцов симметричной формы типичным является эффект медленных биений некоторых импульсно-возбуждаемых собственных мод за счет естественного снятия их вырождения. Детальный анализ модуляционных спектров выявил, что, кроме обычной модуляции пробной ультразвуковой волны собственными колебаниями образца, при наличии отмеченных медленных биений мод накачки имеет место кросс-модуляционный эффект (т.е. перенос медленной модуляции, обусловленной биениями ин-

тенсивных колебаний, на несущую частоту пробной ультразвуковой волны). Проведенный анализ дает основания полагать, что и в качественно аналогичных экспериментах [9], обнаруженная медленная модуляция пробной волны на частотах значительно ниже собственных частот образцов, также была связана с естественно возникающими в почти симметричных образцах биениями расщепленных мод.

Кроме такого кросс-модуляционного эффекта, проведенный анализ показал высокую эффективность каскадных модуляционных эффектов, уровень которых для образцов с “неклассической” нелинейностью, обусловленной мягкими дефектами, может быть сравним с уровнем обычных модуляционных эффектов. Для однородных образцов с обычной нелинейностью кристаллической решетки такие каскадные эффекты практически не наблюдаются. Именно поэтому хорошо заметная изменчивость обычной модуляционной составляющей на величину порядка 100% за счет каскадной модуляции определенно свидетельствует о связи нелинейности образца с наличием мягких дефектов. Таким образом, различие в уровне каскадных эффектов на несколько порядков может быть использовано как важный диагностический признак на начальной стадии поврежденности образца, когда возрастание уровня обычных нелинейных эффектов 1-го порядка еще недостаточно для однозначного заключения о наличии дефектов.

Авторы данного исследования благодарят всех соавторов работы [10] за сотрудничество в организации и проведении экспериментов. Исследование проведено при поддержке РФФИ (проект 06-02-72550-НЦНИЛ) и проекта РЕСО-NEI 19118.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zaitsev V.Yu. A model of anomalous acoustic nonlinearity of micro-inhomogeneous media // *Acoust. Lett.* 1996. V. 19. № 9. P. 171–176.
2. Руденко О.В. Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики // *УФН*, 2006. Т. 176. № 1. С. 77–95.
3. Зайцев В.Ю., Назаров В.Е., Таланов В.И. “Неклассические” проявления микроструктурно-обусловленной нелинейности: новые возможности для акустической диагностики // *УФН*. 2006. Т. 176. № 1. С. 97–102.
4. Гуц И.Д., Гуцин В.В., Конюхов Б.А. Изменение нелинейных искажений звуковых волн в поликристаллическом алюминии при усталостных испытаниях // *Акуст. журн.* 1973. Т. 19. № 3. С. 335–338.
5. Buck O., Morris W.L., Richardson J.M. Acoustic harmonic generation at unbounded interfaces and fatigue cracks // *Appl Phys Lett.* 1978. V. 33. № 5. P. 371–373.
6. Sessler J.G., Weiss V. Crack detection apparatus and method // *Patent US3867836*, 1975.

7. *Korotkov A.S., Sutin A.M.* Modulation of ultrasound by vibrations in metal constructions with cracks // *Acoust. Lett.* 1994. V. 18. P. 59–62.
8. *Donskoy D., Sutin A., Ekimov A.* Nonlinear acoustic interaction on contact interfaces and its use for nondestructive testing // *NDT&E Int.* 2001. V. 34 P. 231–238.
9. *Luxenburger S., Arnold W.* Laser ultrasonic absorption measurement in fatigue-damaged materials // *Ultrasonics*, 2002. V. 40. P. 797–801.
10. *Матвеев А.Л., Назаров В.Е., Зайцев В.Ю., Попанов А.И., Ерилин Е.С., Сорокин С.В., Фогель А.Л.* Нелинейный акустический метод выявления трещин в вагонных колесных парах // *В мире неразрушающего контроля*. 2004. № 4(26). С. 65–68.
11. *Zaitsev V., Gusev V., Castagnède B.* Luxemburg-Gorky Effect Retooled for Elastic Waves: A Mechanism and Experimental Evidence // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 89. № 10. P. 105502.
12. *Зайцев В.Ю., Гусев В.Э., Назаров В.Е., Кастаньеде Б.* Взаимодействие акустических волн с трещинами: упругие и неупругие механизмы нелинейности с различными временными масштабами // *Акуст. журн. Доп. Вып. “Геоакустика”*. 2005. Т. 51. С. 80–91.
13. *Zaitsev V., Nazarov V., Gusev V., Castagnede B.* Novel nonlinear-modulation acoustic technique for crack detection // *NDT&E International*. 2006. V. 39. Iss. 3. P. 184–194.
14. *Руденко О.В., Солюян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики // М.: Наука, 1975.
15. *Fillinger L., Zaitsev V., Gusev V., Castagnede B.* Nonlinear relaxational absorption/transparency for acoustic waves due to thermoelastic effect // *Acustica-Acta Acustica*, 2006. V. 92. № 1. P. 24–34.
16. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Нелинейные явления при распространении упругих волн в твердых телах // *УФН*, 1970. Т. 102. № 4. С. 549–573.

Cascade Cross Modulation Due to the Nonlinear Interaction of Elastic Waves in Samples with Cracks

V. Yu. Zaitsev^a, L. A. Matveev^a, A. L. Matveev^a, and W. Arnold^b

^a *Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod, 603950 Russia*
e-mail: vyuzai@hydro.appl.sci-nnov.ru

^b *Fraunhofer Institute for Nondestructive Testing, Bldg. E3.1, University, D-66123 Saarbruecken, Germany*

Abstract—The phenomenon under study consists in that, in an inhomogeneous material with nonlinearity caused by the presence of soft defects (the so-called “nonclassical” nonlinearity), cascade nonlinear effects are fairly strong and may even become comparable to the first-order effects. Similar cascade effects in media with a common nonlinearity of the crystal lattice are much weaker. This difference can be used as an important diagnostic indicator in nondestructive testing. Experimental data obtained for samples with cracks, which exhibit both ordinary modulation and cross-modulation effects, as well as a cascade cross modulation, are presented. The origin of the enhanced level of cascade effects is explained by modeling with the use of a simple model of nonlinearity of an inhomogeneous material containing soft Hertzian contacts.